

### Scheda 3: I ricoprimenti di un cono



sul libro: capitolo 5  
(paragrafo 5.4)

#### ❑ **Obiettivi :**

- ✓ cogliere la corrispondenza *uno-molti* tra i punti del cono e i punti dei ricoprimenti
- ✓ comprendere che per due punti della superficie conica non passa una sola “retta”

#### ❑ **Prerequisiti :**

- ✓ aver effettuato il percorso sulla sfera e sul cilindro
- ✓ attività cono1 scheda1
- ✓ attività cono1 scheda2

#### ❑ **Tempi : 2 ore**

#### ❑ **Materiali / strumenti:**

coni di carta o di cartoncino di varie dimensioni - cono “stradale” – spago - strisce di carta – elastici - puntine da disegno - fogli trasparenti o carta forno- pennarelli da lucido - nastro adesivo – forbici - software Cabri Géomètre II Plus: file [cono ric 01](#), [cono ric 02](#), [cono ric 03](#).

La scheda serve anche come supporto per gli appunti

#### ❑ **Modalità di lavoro degli studenti:**

lavoro di gruppo / discussione guidata dall’insegnante

#### ❑ **Modalità di lavoro dei docenti:**

gli insegnanti devono gestire nelle due ore di lezione momenti diversi che si alternano, una fase di lavoro di gruppo nella quale devono “incoraggiare” gli studenti nella compilazione della scheda senza suggerire le risposte e una fase di discussione guidata nella quale favoriscono i commenti dei ragazzi e guidano alla sistemazione teorica dei concetti emersi.

<b>SCHEDA 3:</b> I ricoprimenti di un cono	Scheda per l'insegnante
--	-------------------------

### Lavoro di gruppo

*Occorrente:* coni di carta o di cartoncino di varie dimensioni - cono “stradale” – spago - strisce di carta – elastici - puntine da disegno - fogli trasparenti o carta forno - pennarelli da lucido - nastro adesivo – forbici - software Cabri Géomètre II Plus: file [cono ric 01](#), [cono ric 02](#), [cono ric 03](#)

Avvolgi il tuo cono con un ricoprimento di carta trasparente (taglia il foglio di carta trasparente in modo che nell'avvolgimento i due lembi del foglio combacino perfettamente, senza sovrapporsi; non preoccuparti della “punta”, puoi anche tagliarla via). Sul ricoprimento, ricalca, con un pennarello, due generici punti  $A$  e  $B$  del cono e il percorso ‘diritto’ che hai individuato tra di essi.

Stacca il ricoprimento dal cono, e distendilo su un piano: che forma assume il percorso che congiunge  $A$  con  $B$ ?

.....  
 .....  
 .....

Prendi un nuovo foglio di carta trasparente e avvolgi il tuo cono con due ricoprimenti (avendo sempre l'accortezza di far combaciare bene gli estremi del foglio). Ricalca con il pennarello il punto  $A$  segnato sul cono.

Con uno spillo, fora i due ricoprimenti nella posizione del punto  $B$ .

Distendi i ricoprimenti su un piano: quanti fori ricavi in corrispondenza di  $B$ ?.....

Ha senso indicarli con  $B_1$  e  $B_2$ ? Se sì, in quale ordine?

.....

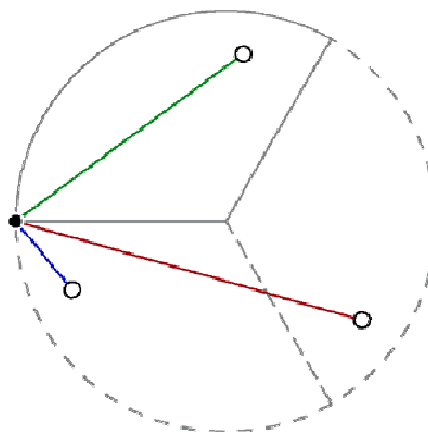
Sul foglio disteso, disegna il segmento  $A_1B_1$  con un pennarello di colore rosso e il segmento  $A_1B_2$  con un pennarello blu.

Riavvolgi il foglio intorno al cono: che cosa osservi?

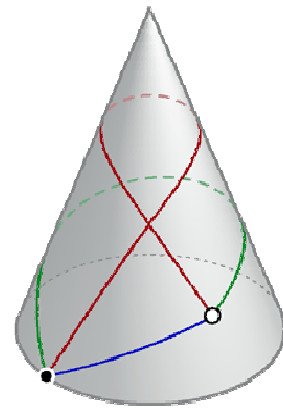
.....  
 .....  
 .....

Immagina di avvolgere il cono con più di due ricoprimenti: quante immagini del punto  $B$  ottieni? Quanti segmenti di estremi  $A_1$  e  $B_n$  (dove  $B_n$  rappresenta il punto immagine di  $B$  che si trova nell' $n$ -esimo ricoprimento) riesci a costruire?

.....



Nel riavvolgere il foglio trasparente intorno al cono, come si dispongono i segmenti  $A_1B_1$ ,  $A_1B_2$ ,  $A_1B_3$ , ... sulla superficie conica?



Esplora come appare sulla superficie conica una linea che hai disegnato su due ricoprimenti del cono. Apri il file [cono ric 01](#) ; muovi gli estremi del segmento sul piano dei ricoprimenti in modo che l'immagine sul cono sia una linea chiusa, una retta, una "cravatta". Indaga sull'ampiezza del "nodo" al variare della posizione del segmento.

Apri ora il file [cono ric 02](#) : sulla parte sinistra dello schermo, che rappresenta il piano dei due ricoprimenti, appaiono due segmenti  $AB$  ed  $A'B'$  la cui immagine è riportata sul cono della parte destra dello schermo. Muovendo gli estremi dei due segmenti fai in modo che, sulla superficie conica, l'immagine di  $A$  si sovrapponga all'immagine di  $A'$ , l'immagine di  $B$  si sovrapponga all'immagine di  $B'$ . Osserva come si dispongono i segmenti di "cravatta" sul cono.

Infine, nel file [cono ric 03](#) puoi tracciare liberamente una linea su un piano e vedere qual è la sua immagine nell'avvolgere il piano al cono.

Alla luce delle esperienze che hai fatto sino ad ora, rispondi alle domande seguenti:

- E' possibile stabilire una corrispondenza fra i punti di una superficie conica e i punti di un foglio piano che lo avvolge con un ricoprimento? Se sì, si tratta di una corrispondenza biunivoca?
- E' ancora possibile stabilire una corrispondenza fra i punti di una superficie conica e i punti di un foglio piano che lo avvolge con  $n$  ricoprimenti? Se sì, di che tipo di corrispondenza si tratta? (uno – uno, uno – molti, molti – uno....)?
- Quanti modi ci sono per congiungere due punti di un cono con una geodetica? Come fare per costruire geodetiche sul cono?

Le domande mirano a far comprendere che utilizzando i ricoprimenti si verifica che un punto  $P$  sul cono ha più copie e quindi dati due punti  $A, B$  sul cono si possono unire la copia  $A$  con le copie  $B, B', B''$ , .....

Sul piano si ottengono più segmenti, che teoricamente individuano infinite geodetiche sul cono, tutte passanti per  $A$  e per  $B$ .

Quindi sul cono tra due punti passano più geodetiche che individuano sullo sviluppo segmenti di lunghezza diversa, tra queste ci sarà quella che individua il percorso più breve.